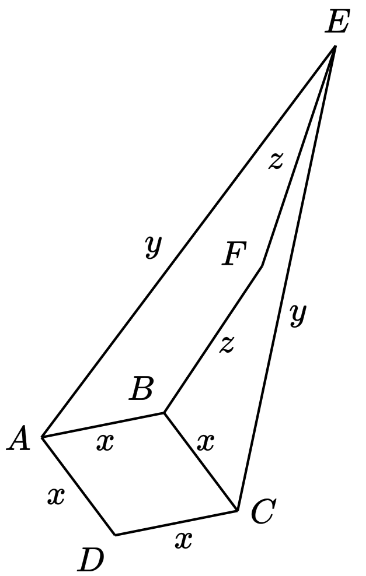
MET STANGEN MEER STEAM

# Rechtlijnmechanisme: Peaucellier-Lipkin inversor

**Domas Syaifoel**

mei 2026



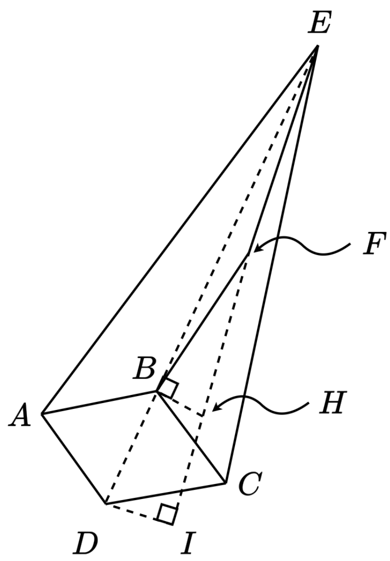

Figuur 1

We hebben de volgende constuctie: een ruit $ABCD$ met zijden $x$; twee staven $AE$ en $CE$ met lengtes $y$; en staven $BF$ en $EF$ met lengtes $z$. Het middelpunt van de ruit $ABCD$ noemen we $G$. We willen aantonen dat punt $D$ over een rechte lijn beweegt als staaf $EF$ vast staat, en dat deze lijn loodrecht staat op staaf $EF$.

## Opgaven

We hebben de volgende constructie: een ruit $ABCD$ met zijde $x$; twee staven $AE$ en $CE$ met lengtes $y$; en staven $BF$ en $EF$ met lengtes $z$. Het middelpunt van de ruit $ABCD$ noemen we $G$. We willen aantonen dat punt $D$ over een rechte lijn beweegt als staaf $EF$ vast staat, en dat deze lijn loodrecht staat op staaf $EF$.

1. Toon aan dat punten $E$, $B$, $D$, en $G$ op één lijn liggen.
2. Toon hiermee aan dat $EB \cdot ED$ (dus de vermenigvuldiging van de twee lengtes) constant is. Tip: gebruik de stelling van Pythagoras.




Figuur 2

3. Voeg nog twee punten toe: H is een punt op de lijn $EF$ zodanig dat $EH = 2z$ en $FH = z$; en $I$ is een punt op de lijn $EF$ zodanig dat $\angle EID$ een rechte hoek is. Toon aan dat $EI$ constant is. (Dit bewijst dat punt $D$ over een rechte lijn beweegt, loodrecht op $EF$.) Tip: gebruik gelijkvormigheid en de stelling van Thales.

## Uitwerkingen

*Bewijs.*

1. Omdat $ABCD$ een ruit is, geldt $AB = BC$ en $AD = CD$. Dus is $ABD$ congruent aan $CBD$ (ZZZ), dus $\angle ABD = \angle CBD$. Ook geldt dat $ABE$ congruent is aan $CBE$ (ZZZ), dus $\angle ABD = \angle CBE$. Dus $\angle ABD + \angle ABE = \angle CBD + \angle CBE$. En $\angle ABD + \angle ABE + \angle CBD + \angle CBE = 360^\circ$, dus $2(\angle ABD + \angle ABE) = 360^\circ$, dus $\angle ABD + \angle ABE = 180^\circ$, dus $D$, $B$, en $E$ liggen op één lijn. En $G$ is het middelpunt van $BD$, dus dat ligt ook op deze lijn.

*Bewijs.*

2. Omdat $ABCD$ een ruit is, geldt $BG = DG$.

$$EB \cdot ED = (EG - BG) \cdot (EG + DG) = (EG - BG) \cdot (EG + BG) = (EG)^2 - (BG)^2$$

$$(EG)^2 = y^2 - (AG)^2$$

$$(BG)^2 = x^2 - (AG)^2$$

$$EB \cdot ED = y^2 - (AG)^2 - (x^2 - (AG)^2) = y^2 - x^2$$

en dit is dus constant.

*Bewijs.*

3. Omdat $FE = FB = FH = z$, liggen $E$, $B$, en $H$ op een cirkel met middelpunt $F$ en radius $z$. Dus geldt dat hoek $\angle EBH$ een rechte hoek is (stelling van Thales). Omdat ook geldt dat $\angle DEI = \angle HEB$, hebben we twee gelijkvormige driehoeken $HBE$ en $DEI$ (twee gelijke hoeken). Dus weten we dat $\frac{EB}{EH} = \frac{EI}{ED}$. Omschrijven geeft:

$$EI = \frac{EB \cdot ED}{EH} = \frac{y^2 - x^2}{2z}$$

Dus is $EI$ constant en beweegt $D$ over een rechte lijn.